

informatiCup 2009 • Aufgabe 2

Die evolutionäre Optimierung wackelnder Tische

Einführung

Ein i -Pod (Tisch mit i Beinen bzw. Füßen, $i \geq 2$) hat ein regelmäßiges i -Eck als Platte, unter der peripher i vertikale “Beine” auf den Eckpunkten montiert (angeschraubt) sind. Als Standfläche sei eine horizontale Ebene angenommen.

Für $i = 2$ entstehen Probleme eines labilen Gleichgewichts, der Mensch als Bi-Pod meistert mit seinem aufrechten Gang aber dieses Problem. Der Tripod (Hocker, Schemel) wackelt nicht, da die 3 Fußpunkte der Beine auf der Grundebene aufliegen. Er ist aber nicht sehr stabil gegen Kippen. Gegenstand der Untersuchung ist der **Tetrapod** ($i = 4$), der wackelnde, schiefe Skat-Bier-**Tisch**. [Ein Tetrapod ist ebenfalls nicht völlig stabil gegen Kippen - wer auf einem Stuhl mit Lehne kippelt, fällt um! Deshalb ist für rollende Stühle aus Sicherheitsgründen der Penta-Pod vorgeschrieben, der nur bei extremer Auslenkung kippen kann.]

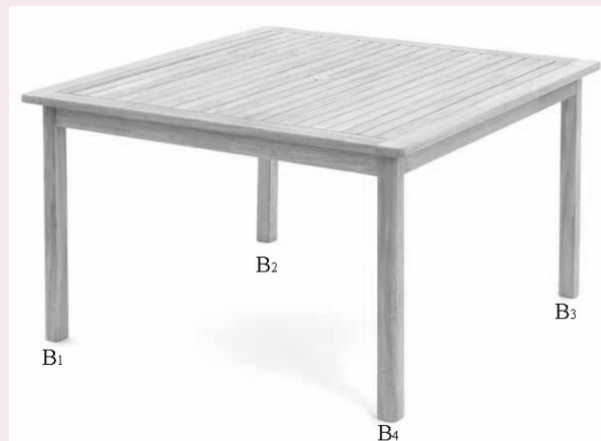


Abbildung 1: Tisch mit 4 Beinen B1, B2, B3, B4 (Tetrapod).

Man versucht bekanntlich, wackelnde und/oder schief stehende Tische durch Unterlegen von Bierfilzen (oder durch Absägen an einzelnen Beinen) zu stabilisieren. Wir nehmen an, dass die Beinlängen eines Sortiments ganzzahlige Zentimeterlängen sind, die zunächst zwischen 90 und 110 cm liegen (Seitenlänge der Tischplatten = 100cm). N Tische werden anfangs mit 4 zufällig gewählten Beinen ausgestattet¹ (Urzeugung!). Die Fitness $F(b_1, b_2, b_3, b_4)$ eines Tisches ist umso besser, je “übereinstimmender” die Beinlängen sind. Bei idealer Fitness stimmen alle 4 Beinlängen überein: $b := b_1 = b_2 = b_3 = b_4$. Es kommt aber nicht auf die Länge b der Beine an - nur auf die Längendifferenzen innerhalb eines Tisches. Die Natur kennt große und kleine Lebewesen!

Wir starten also mit einem (großen) Pool von N Tischen mit zufällig ausgewählten Beinen der Längen $b_{j1}, b_{j2}, b_{j3}, b_{j4}$ ($j = 1..N$). Gemäß den Regeln der genetischen Optimierung können Tischpaare zufällig miteinander “gekreuzt” werden, d. h. Beine (“Gene”) eines Tischpaares können gegeneinander

¹Normalverteilung mit vernünftigen Parametern.

ausgetauscht werden. (Dabei kann auch “Inzucht” zugelassen werden). Tische sind “potent”, d.h. sie können auch mehrfach gekreuzt werden.

Zunächst aber ereignen sich mit einer festgelegten Wahrscheinlichkeit ρ (seltene) “Mutationen”, d.h. einzelne Tischbeine werden um eine ganzzahlige cm-Zahl verlängert oder verkürzt. Danach wird eine festzulegende Anzahl von n ($\ll N$) “fittesten” Tischen “selektiert” (die anderen “sterben”) - die fittesten “überleben”. Diese werden nun nach einem vernünftigen System miteinander (i.a. mehrfach/zufällig) gekreuzt, bis ein neuer Pool der Größe N entsteht usw. Der Zyklus “Kreuzung - Mutation - Selektion” wird oft wiederholt.

Das Paradigma der Evolution lässt erwarten, dass nach vielen Generationen optimale Objekte entstanden sind, die dann stabil bleiben. Dabei werden optimale Tische unterschiedlicher Beinlängen b auftreten - sie sind für ihre jeweiligen “Nischen” optimal. Hohe Mutationsraten (radioaktive Strahlung!) könnten aber die Stabilität stören.

Aufgabenstellung

1. Entwickeln Sie ein Szenario bzgl. Kreuzen, Mutieren und Selektieren, das die Darwinschen Ideen überzeugend illustriert. Analysieren sie, wie “Wackeln” bzw. “Schief-Sein” zu präzisieren und quantitativ fassbar ist. Entscheiden sie, wie diese beiden Kriterien aufeinander abgestimmt sein sollen.
2. Legen Sie N und n sowie F in vernünftiger Weise fest, diskutieren sie unterschiedliche Kreuzungs-Strategien und Mutationsraten ρ (Experimente!). Ist Inzucht schädlich?
3. Entwickeln Sie eine Menü-Oberfläche, die es einem in Informatik ungeschulten Benutzer gestattet, eigene Experimente zu machen.
4. Visualisieren Sie die Abläufe derart, dass die evolutionären Vorgänge für den Betrachter anschaulich werden. Lassen Sie sich dabei etwas einfallen!
5. Dokumentieren Sie die Implementation!

Hinweise

Wikipedia: Evolutionärer Algorithmus; Genetischer Algorithmus (mit der dort angegebenen Literatur).

Man beachte, dass evolutionäre Algorithmen zwar aufwändig sind, dafür aber unspezifisch ganz allgemeine Problemklassen behandeln können. Natürlich wäre es möglich, mit intelligenter “Gen-Technik” hier eine sehr schnelle optimale Lösung zu finden; aber direkte nicht-lokale Techniken wie z.B. Sortieren einer Gesamtheit von Tischbeinen können der Natur nicht zugemutet werden. Vielmehr steht und fällt bei ihr alles mit der Fitness: Die konkreten (und in der Wirklichkeit wenig transparenten) “Lebensbedingungen” entscheiden über die Selektion. Eine Modellierung durch Fitness-Funktionen kann viel Willkür enthalten; sie ist der Problemlage möglicherweise nicht adäquat. Realistisch und

überzeugend erscheinen in unserem stark vereinfachten Rahmen relativ grob differenzierende Fitness-Funktionen, die z.B. nur zwischen “stark” wackelnden und “sehr” schiefen Tischen und “nicht ganz so” instabilen Exemplaren unterscheiden, wobei raffinierte Funktions-Auswertungen lokal (!) durchaus sinnvoll sein können. Empfehlenswert ist oft das Arbeiten mit “Schwellenwerten”; ggf. müssen dann mehrere Iterationen bei der Selektion ablaufen.